

### Elektronide ja aukude statistika pooljuhtides

- Omapooljuht
- Lisandpooljuht
- Olekute tihedused juhtivustsoonis ja valentstsoonis
- Elektronide ja aukude kontsentratsioonid
- Fermi nivoo asukoht

1

### Pooljuhtide olekute tihedus

• Nägime enne, et pooljuhtides viivad laengut edasi vabad elektronid juhtivustsoonis ning augud valentstsoonis.

\* Me teame ka, et nii elektronide kui aukude kontsentratsioonid sõltuvad temperatuurist.

\* Oleks vaja leida aukude ja elektronide kontsentratsioonid tsoonides kindlal temperatuuril.

⇒ Selleks tuleks kõigepealt leida olekute tihedus juhtivus- ja valentstsoonis.

2

### Pooljuhtide olekute tihedus

• Olekute tihedust vaatlesime juba vaba elektrongaasiga seoses.

\* Teatavasti on olekute tihedus kvantolekute arv kindlas energiahemikus ühikulise ruumala kohta:

$$\rho(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE}$$

\* VABA elektroni jaoks saime olekute tiheduse funktsiooniks:

$$\rho(E) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} (2m^* E)^{1/2}$$

3

### Pooljuhtide olekute tihedus

• POOLJUHTIDES peaks olekute tihedus olema null keelustsoonis ning erinev juhtivustsoonis ja valentstsoonis jaoks.

\* Võib näidata, et tsooni ääres on olekute tihedus pooljuhis sarnane vaba elektroni omale, kui me vaid arvestame erinevaid efektiivseid masse.

\* Tavaliselt võetakse energia nullitasemeks valentstsooni lagi ( $E_v$ ) ja seega juhtivustsooni ( $E_c$ ) põhi asetseb energial  $E_c = E_g$ .

⇒ Siis võime kirjutada elektronide ja aukude jaoks:

$$\rho_c(E) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} (2m_e^* (E - E_g))^{1/2}$$

$$\rho_h(E) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} (-2m_h^* E)^{1/2}$$

4

### Pooljuhtide olekute tihedus

Juhul, kui laengukandjad omavad erinevates suundades erinevaid efektiivseid masse, siis olekute tiheduse arvutamisel tuleks kasutada nn. keskmist massi, mis avaldub  $(m_1 m_2 m_3)^{1/3}$ , kus  $m_1$ ,  $m_2$  and  $m_3$  on efektiivsed massid erinevates suundades.

Näiteks ränis avalduks valentstsooni olekute tihedus:

$$\rho(E) = \frac{8\pi\sqrt{2}m_h^{*3/2}(-E)^{1/2}}{h^3},$$

kus  $m_h^{*3/2} = m_{hh}^{*3/2} + m_{lh}^{*3/2}$

5

### Elektronide ja aukude kontsentratsioonid

\* Juhtivstsooni jaoks avaldub olekute arv energiatasemel E (ühikulise ruumala kohta):

$$\rho_e(E)f(E)dE = \rho_e(E) \frac{1}{\exp((E - E_F)/k_B T) + 1} dE$$

\* Elektronide koguarvu leidmiseks juhtivstsoonis tuleks ülaltoodud võrrandit integreerida üle kogu tsooni:

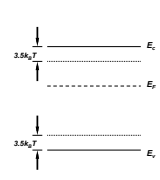
$$n = \int_{E_c=E_g}^{\infty} f(E)\rho_e(E)dE = \int_{E_c=E_g}^{\infty} \frac{\rho_e(E)}{\exp((E - E_F)/k_B T) + 1} dE$$

Siit järeldub, et elektronide kontsentratsioon sõltub oluliselt **Fermi nivoo** asukohast

6

### Elektronide ja aukude kontsentratsioonid

→ Omapooljuhis asub Fermi nivoo keelutsooni keskel ja seetõttu võime Fermi funktsiooni juhtivstsooni jaoks oluliselt lihtsustada:



$$f(E) = \frac{1}{\exp((E - E_F)/k_B T) + 1}$$

$$= \exp\left[-\frac{E - E_F}{k_B T}\right], \text{ kui } E - E_F > 3.5k_B T$$

7

### Elektronide ja aukude kontsentratsioonid

• Kui nüüd kasutada muutujat  $x = E - E_c/k_B T$ , siis saame elektronide kontsentratsiooniks:

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left[ \frac{2m_e^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2} e^{(E_F - E_c)/k_B T} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x + 1} dx$$

\* Avaldise lõpus olev integraal on standardne ning tema väärtus on  $\sqrt{\pi}/2$

\* Seega elektronide kontsentratsioon juhtivstsoonis on avaldatav lihtsa avaldisega, kus  $N_c$  on nn. **EFEKTIIVNE OLEKUTE TIHEDUS**.

$$n = N_c e^{(E_F - E_c)/k_B T}, \quad N_c = 2 \left[ \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

8

### Elektronide ja aukude kontsentratsioonid

•AUKUDE jaoks valentstsoonis saame analoogiliselt:

**NB! AUK on elektroni puudumine!**

$$\rho_e(E)(1-f(E))dE = \rho_e(E) \left[ \frac{\exp((E-E_F)/k_B T)}{\exp((E-E_F)/k_B T) + 1} \right] dE$$

$$p = N_v e^{(E_v - E_F)/k_B T}, \quad N_v = 2 \left[ \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

9

### Elektronide ja aukude kontsentratsioonid

**Omapooljuhis** on aukude ja elektronide kontsentratsioonid võrdsed, siis võime kirjutada:

$$2 \left[ \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2} e^{(E_F - E_c)/k_B T} = 2 \left[ \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2} e^{(E_v - E_F)/k_B T}$$

Siit saame Fermi nivoo asukoha omapooljuhis:

$$E_F(T) = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \left[ \frac{m_h^*}{m_e^*} \right]$$

Võrrandi teine parempoolne liige on üldjuhul väga väike ning seetõttu asub Fermi nivoo peaaegu keelutsooni keskel.

10

### Lisandpooljuhid

•Seni vaatlesime **LEGEERIMATA** pooljuhte. Legeerimata tähendab antud kontekstis ka omadefektidega legeerimata pooljuhti ehk **omajuhtivusega** pooljuhti.

\* Pooljuhtide omadusi saab aga tunduvalt muuta, kui neid **legeerida**. Lihtsaim viis seda teha on kasutada **legeerivat lisandit**, kuid legeerida võib ka omadefektidega muutes pooljuhti kasvatustingimusi.

⇒ Lisandiga legeeritud pooljuhte nimetatakse **lisandpooljuhtideks**.

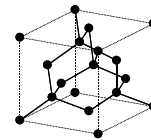
11

### Lisandpooljuhid

\* Vaatleme **RÄNI** millel on 4 valentselektroni ning need on kovalentses sidemes võre naaberaatomitega.



RÄNI võre skeem

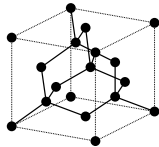


RÄNI kristallvõre

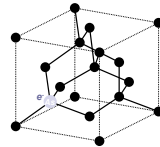
12

### Lisandpooljuhid

- Leegerimise idee seisneb põhivõre aatomi asendamises teise aatomiga, millel on erinev valentselektronide arv ehk valents. Niimoodi saab võresse tekitada lisaelektrone või auke.
- \* Ráni puhul (valents IV) on doonoriteks ehk lisaelektronide loovutajateks V rühma elemendid.



Kui RÄNI aatom asendada ...

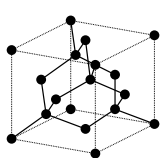


... ARSEENIGA  
SAAME ÜHE LISAELEKTRONI

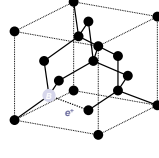
13

### Lisandpooljuhid

- Samamoodi on ráni jaoks kõik III rühma elemendid **AKTSEPTORITEKS**, s.t. aukude loovutajateks.



Kui RÄNI aatom asendada ...

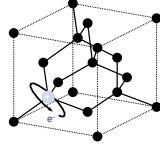


... BOORI  
aatomiga saame LISAAUGU.

14

### Doonorite ja aktseptorite seoseenergiad

- Doonori või aktseptori poolt loovutatud elektroni või augu **SEOSEENERGIAT** võime hinnata üsna lihtsalt.
- \* Lisaelektron doonoril meenutab väga **vesiniku aatomit**, kus samuti elektron "türlleb" ümber positiivse tuuma.
- ⇒ Siis võiks ka elektroni energiat arvutada lähtudes vesiniku aatomi mudelist.



• Vesiniku aatomi jaoks oli elektroni ionisatsioonenergia kujul:

$$\frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$$

• doonori elektroni jaoks ráni kristallis võime seda avaldust kohandada, kui toome sisse elektroni efektiivse massi ( $m_e^* = 1.18 m_0$ ) ning ráni dielektrilise konstandi ( $\epsilon_r = 11.8$ ):

$$\frac{m_e^* e^4}{8 (\epsilon_r \epsilon_0)^2 h^2} = 0.1 \text{ eV}$$

DOONOR RÄNI VÕRES MEENUTAB VESINIKU AATOMITI

15

### Doonorite ja aktseptorite seoseenergiad

- Siis **doonori seoseenergiaks** sellises vesinikumudelis saame:

$$E_D = E_C - \frac{m_e^* e^4}{8 (\epsilon_r \epsilon_0)^2 h^2}$$

- Analoogiliselt võib leida ka **aktseptori seoseenergia**:

$$E_A = E_V + \frac{m_h^* e^4}{8 (\epsilon_r \epsilon_0)^2 h^2}$$

16

### Doonorite ja aktseptorite seoseenergiad

Mõningate lisandite eksperimentaalselt mõõdetud seoseenergiad:

	DOONORITE SEOSEENERGIAD (eV)			AKTSEPTORITE SEOSEENERGIAD (eV)			
	P	As	Sb	B	Al	Ga	In
Si	.045	.049	.039	.045	.057	.065	.016
Ge	.012	.013	.010	.010	.010	.011	.011

Vesinikumudeli järgi peaksid kõik doonorid omama samasugust seoseenergiat!  
**VESINIKUMUDEL ON VAID HINNANGULINE!**

17

### Doonorite ja aktseptorite seoseenergiad

Kõik doonorid tekitavad energiatasemeid juhtivustsooni põhja lähedusse

Kõik aktseptorid tekitavad energiatasemeid valentstsooni lae lähedusse

Mida sügavamal keelutsoonis paikneb lisanditase, seda vähem kehtib tema jaoks vesinikumudel!

18

### Temperatuuri mõju elektrijuhtivusele

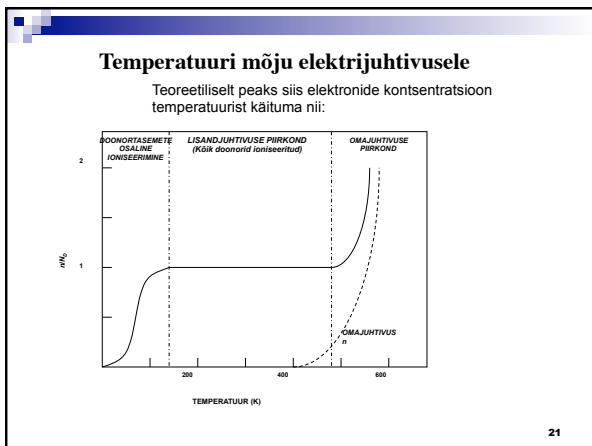
- Lageeritud pooljuhtide elektrijuhtivus sõltub tugevalt temperatuurist!
- n-tüüpi pooljuhis:
- ⇒ 0K juures pole ükski doonor ioniseeritud kuna termiline energia pole piisav elektroni viimiseks juhtivustsooni- pooljuht ei juhi!
- ⇒ Temperatuuri kasvades hakkavad elektronid doonortasemetelt minema juhtivustsooni
- ⇒ Toatemperatuuril on tavaliselt kõik madalad doonortasemed ioniseeritud.

19  
n-TÜÜPI juhtivus

### Temperatuuri mõju elektrijuhtivusele

- Analoogiline on olukord ka aktseptortasemete ning aukude puhul p-tüüpi pooljuhis.
- ⇒ Aktseptori IONISEERIMINE tähendab temalt augu eemaldamist valentstsooni.
- Augu eemaldamine- s.t. elektroni pealetulek!**

20  
p-tüüpi juhtivus



### Elektroneutraalsuse võrrand lisandpooljuhis

\* Elektroneutraalsuse võrrand tuleneb faktist, et isegi lisandite olemasolul peab pooljuht tervikuna säilitama elektrilise neutraalsuse.

⇒ Kui elektron vabastatakse doonorilt jääb doonor **POSITIIVSELT** laetuks.

⇒ Kui aktseptorilt vabastatakse auk jääb aktseptor **NEGATIIVSELT** laetuks.

⇒ Elektroneutraalsus siis:

$$p + N_D^+ = n + N_A^-$$

$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0$$

⇒ Siin  $N_D^+$  and  $N_A^-$  on ioniseeritud doonorite ja aktseptorite kontsentratsioonid.

22

### Elektroneutraalsuse võrrand lisandpooljuhis

• Üldiselt on üsna lihtne hinnata, milline osa doonoraatomite koguarvust ( $N_D$ ) on ioniseeritud:

$$N_D^+ = N_D [1 - f(E_d)]$$

Siin  $1 - f(E_d) = 1 - \frac{1}{\exp((E_d - E_F)/k_B T) + 1}$

\* Samamoodi saame ka aktseptorite jaoks:

$$N_A^- = N_A f(E_a)$$

23

### NÄIDE

Olgu meil räni legeeritud arseniga (doonor) nii, et  $N_D = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Räni keelutsooni laius on 1.12 eV, Fermi tase asub 0.992 eV valentstsoonist kõrgemal. Arseni doonortaseme sügavus ränis on 0.049 eV allpool juhtivustsooni põhja. Püüame leida ioniseeritud doonorite kontsentratsiooni temperatuuril 300 K.

⇒ Doonorite ioniseerimise tõenäosus on

$$1 - f(E_d) = 1 - \frac{1}{\exp((E_d - E_F)/k_B T) + 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{\exp((1.12 - 0.049) - 0.992)/0.0259) + 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{\exp(3.05) + 1} = 1 - \frac{1}{21.1 + 1} = 0.955$$

⇒ Seega ioniseeritud doonorite kontsentratsioon on  $2 \times 10^{17} \times 0.955 = 1.91 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

24

### Laengukandjate kontsentratsioonid lisandpooljuhis

- Lisandpooljuhis olevate laengukandjate kontsentratsiooni leidmiseks peame kõigepealt kasutama juba saadud valemeid omapooljuhi kohta:

$$n = N_c e^{(E_f - E_c)/k_B T}, \quad N_c = 2 \left[ \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

$$p = N_v e^{(E_v - E_f)/k_B T}, \quad N_v = 2 \left[ \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

- Korrutades need võrrandeid omavahel, saame olulise tulemuse:

$$np = 4 \left[ \frac{2\pi k_B T}{h^2} \right]^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} \exp\left[-\frac{E_g}{k_B T}\right]$$

- See võrrand näitab, et kindlal temperatuuril on elektronide ja aukude kontsentratsioonide korrutis konstantne igas pooljuhis sõltumata legeerimisest!!!!

25

### Laengukandjate kontsentratsioonid lisandpooljuhis

- OMAPOOLJUHS** on teatavasti elektronide ja aukude kontsentratsioonid võrdsed:

$$n = p = n_i$$

- Siis:

$$n(N_{A,D})p(N_{A,D}) = n_i^2$$

- Seega sõltumatult legeerimisest on aukude ja elektronide kontsentratsioonide korrutis ikkagi sama.

- ⇒ Kui me suurendame legeerimisega elektronide kontsentratsiooni, siis samaaegselt **PEAB** aukude kontsentratsioon **VÄHENEMA** ja vastupidi.

26

### Laengukandjate kontsentratsioonid lisandpooljuhis

- Et arvutada laengukandjate kontsentratsiooni lisandpooljuhis iga legeerimistingimuse kohta tuleks lähtuda võrranditest:

$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0$$

$$np = n_i^2$$

- KOMBINEERIDES** need võrrandeid saame n jaoks ruutvõrrandi:

$$\frac{n_i^2}{n} - n + N_D^+ - N_A^- = 0$$

$$n^2 - n(N_D^+ - N_A^-) - n_i^2 = 0$$

- NB! Selles võrrandis elimineerisime me aukude kontsentratsiooni, et leida n. Võib teha ka vastupidi, et leida p!

27

### Laengukandjate kontsentratsioonid lisandpooljuhis

- Eelpooltoodud võrrandi lahendiks on:

$$n = \frac{N_D^+ - N_A^-}{2} + \left[ \left( \frac{N_D^+ - N_A^-}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{0.5}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_A^- - N_D^+}{2} + \left[ \left( \frac{N_A^- - N_D^+}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{0.5}$$

- Siin jätsime vaatluse alt välja **NEGATIIVSED** lahendid, kuna kontsentratsioon peab olema positiivne!

28

### Laengukandjate kontsentratsioonid lisandpooljuhis

- Paljudel praktiliselt tähtsadel juhtudel on pooljuhi legeerimine selline, et lisandite kontsentratsioon on palju suurem kui omapooljuhi laengukandjate kontsentratsioon. Siis võime laengukandjate kontsentratsioonide leidmist veidi lihtsustada:
- **TOATEMPERATUURIL** võib lugeda kõik lisandid ioniseerituks:
 
$$N_D = N_D^+, \quad N_A = N_A^+$$
- **TUGEVALT n-tüüpi materjalis** ( $N_D \gg N_A$  &  $n_i$ ) võib kirjutada:
 
$$n = N_D \quad \& \quad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$
- **Samamoodi TUGEVALT p-tüüpi materjalis** ( $N_A \gg N_D$  &  $n_i$ ):
 
$$p = N_A \quad \& \quad n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

29

### Fermi nivoo käitumine lisandpooljuhis.

- Mäletatavasti omapooljuhis oli Fermi nivoo keelutsiooni keskkoha lähedal. Lisandpooljuhis tema asukoht sõltub aga oluliselt legeerimisest.
- Lähtume üldistest valemite elektronide ja aukude kontsentratsiooni jaoks:
 
$$n = N_c e^{(E_F - E_c)/k_B T}, \quad N_c = 2 \left[ \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

$$p = N_v e^{(E_v - E_F)/k_B T}, \quad N_v = 2 \left[ \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}$$

30

### Fermi nivoo käitumine lisandpooljuhis.

- **OMAPOOLJUHI** Fermi nivoo asukohta tähistame  $E_F$ . Siis saame eelmised võrrandid kirjutada kujule:
 
$$N_c = n_i \exp[(E_c - E_i)/k_B T]$$

$$N_v = n_i \exp[(E_i - E_v)/k_B T]$$
- Siis saame kokkuvõttes:
 
$$n = n_i \exp[(E_F - E_i)/k_B T]$$

$$p = n_i \exp[(E_i - E_F)/k_B T]$$
- Siit võib siis leida avaldise **Fermi nivoo asukoha** jaoks sõltuvalt lisandite kontsentratsioonist:
 
$$E_F - E_i = k_B T \ln \left[ \frac{n}{n_i} \right] = -k_B T \ln \left[ \frac{p}{n_i} \right]$$

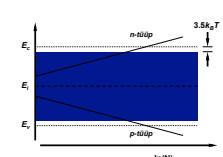
*Kui  $n = p = n_i$ , siis  $E_F = E_i$ !*

31

### Fermi nivoo käitumine lisandpooljuhis.

- **TUGEVALT** legeeritud ning **TÄIELIKULT** ioniseeritud lisandite korral avaldub Fermi nivoo asukoht nii:
 
$$E_F - E_i = k_B T \ln \left[ \frac{N_D}{n_i} \right], \quad N_D > N_A \gg n_i$$

$$E_F - E_i = -k_B T \ln \left[ \frac{N_A}{n_i} \right], \quad N_A > N_D \gg n_i$$



- Fermi nivoo asukoha sõltuvus lisandite kontsentratsioonist.
- kehtib, kui  $N \gg n_i$
- antud sõltuvused kehtivad vaid kõdumata pooljuhis (tume ala)!!

32



### Täidetud olekute jaotus lisandpooljuhis

- Lisaks teadmisele, kui palju meil juhtivustsoonis elektrone on, tahame me ka teada, kuidas need elektronid on juhtivustsoonis nüüd jaotunud. Sama ka aukude kohta.

\* Nende jaotuste leidmiseks defineerime kõigepealt täidetud olekute tiheduse kujul:

$$N_e^{occ}(E) = N_e(E)f(E) = \frac{N_e(E)}{\exp[(E - E_F)/k_B T] + 1}$$

$$N_h^{occ}(E) = N_h(E)(1 - f(E)) = N_h(E) \left[ 1 - \frac{1}{\exp[(E - E_F)/k_B T] + 1} \right]$$

⇒ Nendes võrrandites on  $N_e^{occ}(E)$  ja  $N_h^{occ}(E)$  täidetud olekute tihedused elektronidele ja aukudele energial E.

⇒  $N_e(E)$  ja  $N_h(E)$  on olekute tihedused juhtivus- ja valentssoonis.

33

### Täidetud olekute jaotus lisandpooljuhis

- Allpool toodud joonistel on näidatud täidetud olekute tiheduse funktsioonid kahel erineval temperatuuril.

\* Siin on oletatud, et tegemist on **OMAPOOLJUHIGA**, s.t. Fermi nivoo asub keelutsooni keskel.

Täidetud olekute tihedus

Fermi funktsioon ja olekute tihedus

34

### Täidetud olekute jaotus lisandpooljuhis

- Siit on ka kerge näha, et täidetud olekute tiheduse funktsioon sõltub suuresti Fermi nivoo asukohast keelutsoonis.

\* **OMAPOOLJUHIS** on Fermi nivoo keelutsooni keskel ning aukude ja elektronide jaoks on täidetud olekute tiheduse funktsioonid ühesugused.

TSOONISKEEM    ELEKTRONIDE JA AUKUDE OLEKUTE TIHEDUS    ELEKTRONIDE JA AUKUDE JAOTUSFUNKTSIOONID    ELEKTRONIDE JA AUKUDE TÄIDETUD OLEKUD

35

### Täidetud olekute jaotus n-tüüpi lisandpooljuhis

TSOONISKEEM    ELEKTRONIDE JA AUKUDE OLEKUTE TIHEDUS    ELEKTRONIDE JA AUKUDE TÄIDETUD OLEKUD

ELEKTRONIDE JA AUKUDE JAOTUSFUNKTSIOONID

36

