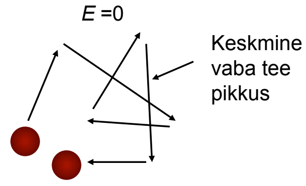
Elektronide liikumine kristallis

- Laengukandjate triiv ja difusioon

- Ühtlaselt legeeritud pooljuht
- Kristallvälja mõju tuuakse sisse läbi laengukandjate efektiivse massi
- Elektronidel (ja aukudel) on kristallis 3 vabadusastet, siis nende kineetiline energia avaldub:

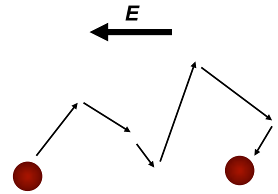
$$\frac{1}{2}m_{eff}v_{th}^2 = \frac{3}{2}kT$$

Elektronide triiv



Juhuslik soojusliikumine, v_{th}
Elektronide hajumine aatomitel
Pika aja jooksul elektron edasi ei liigu
Keskmine aeg põrkumiste vahel,

$$\boxed{\tau_c \sim 10^{-12}s}$$



Elektronid liiguvad elektriväljale vastupidises suunas vaatamata põrkumistele teatud *triivkiirusega*

$$\boxed{v_n}$$

Elektronide triiv

Kui kogu elektroni impulss antakse põrgete mõjul võrele, siis impulsi jäävuse seadusest järeldub:

$$\boxed{-eE\tau_c = m_e^* v_n}$$

$$\boxed{v_n = -\left(\frac{e\tau_c}{m_e^*}\right)E}$$

elektronide liikuvus (cm^{2}V^{-1}s^{-1})

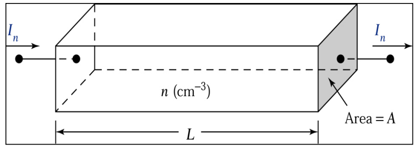
$$\boxed{v_n = -\mu_n E}$$

NB! Tegemist on keskmise kiirusega, sest üldjuhul eksisteerib ju elektronide statistiline jaotus energia järgi

Samamoodi ka aukudele valentstsoonis, mis liiguvad välja suunas

$$\boxed{v_p = \mu_p E}$$

Triivivoolu tihedus



Elektronide voolutihedust võib leida summeerides laengu ja kiiruse korrutist kõigile elektronidele ühikulises ruumalas:

$$\boxed{J_n = \frac{I_n}{A} = -nev_n = ne\mu_n E}$$

Samamoodi ka aukudele $\boxed{J_p = pev_p = pe\mu_p E}$

Juhtivus

Summaarne triivivoolu tihedus on siis elektronide ja aukude voolude summa:

$$\boxed{J = J_n + J_p}$$

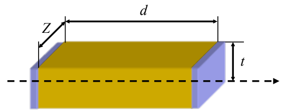
$$\boxed{J = (ne\mu_n + pe\mu_p)E}$$

↑

juhtivus

$$\boxed{\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)}$$

Kuidas mõõta juhtivust?



Pooljuhtmaterjali (n-tüüpi) tüki eritakistus ρ:

$$\rho = \frac{1}{en\mu_n} \quad (\Omega \cdot \mathrm{cm})$$

Mõnikord räägitakse ruudu takistusest R_{sh} (sheet resistance):

$$R_{sh} = \frac{1}{t(en\mu_n)} = \frac{\rho}{t} \quad (\Omega/\square)$$

Iga pooljuhi takistus (juhtivus) koosneb:

- Kontaktide takistusest
- Pooljuhi takistusest

Pooljuhi takistus avaldub siis:

$$R_s = \frac{1}{A}\int_0^l \rho\, dx = \frac{\rho d}{Z t} \quad (\Omega)$$

Kuidas mõõta juhtivust?

- Van der Pauw meetod (4 sondi meetod)

Mõõdetakse tegelikult ruudu takistust, millest arvutatakse eritakistus

- Halli efekt

Kasutatakse harvem, sest nõuab täpse geomeetriaga objekte.

NB! Eritakistuse leidmine polegi nii lihtne ülesanne!

Van der Pauw meetod

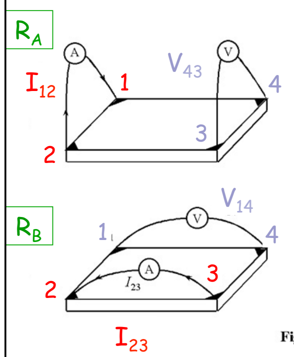


Figure 2

Ruudukujulise geomeetria puhul mõõdetakse takistused R_A ja R_B ning arvutatakse seejärel ruudu takistus R_S

Teades kihi paksust d arvutatakse eritakistus.

$$\boxed{\exp(-\pi R_A / R_S) + \exp(-\pi R_B / R_S) = 1}$$

$$R_A = \frac{V_{43}}{I_{12}}, \quad R_B = \frac{V_{14}}{I_{23}}$$

$$\boxed{\rho = R_S d}$$

Igale kontaktide geomeeriale tuleb kõigepealt leida valem R_S arvutamiseks!

Laengukandjate liikuvus

- Liikuvus μ on otseselt seotud elektroni keskmise "vaba ajaga" põrgete vahel
- See aeg on määratud erinevate hajumisprotsessidega
- Neist tähtsamad on hajumine kristallvõre võnkumistel ning defektidel
- Võre võnkumiste osakaal suureneb temperatuuri tõusuga, seega ka liikuvus väheneb
- Teoreetiliselt saab näidata, et $\mu_n \sim T^{-3/2}$

Laengukandjate hajumine

- Elektron-foonon vastasmõju (kristallvõre võnkumistel):
  - Sõltub tugevalt temperatuurist
  - Foononid- kristallvõre võnkumiste kvandid
  - Madalatel temperatuuridel on võre "rahulik"!
- Hajumine defektidel
  - Ei sõltu temperatuurist
  - Sõltub defektide kontsentratsioonist

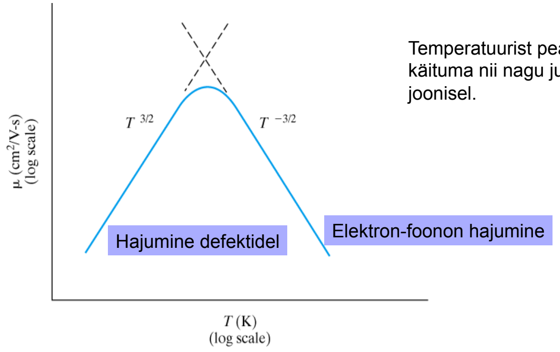
$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_{elektron-foonon}} + \frac{1}{\tau_{defektide}}$$

Laengukandjate hajumine

- Elektron-foonon vastasmõju (kristallvõre võnkumistel):
  - Kristallvõre võnkumised tekitavad lokaalseid elektrivälju.
  - Põhiline hajumine optilistel pikivõnkumistel (LO foononid)
  - Just siis on $\mu_n \sim T^{-3/2}$
- Hajumine defektidel
  - Tuleks eristada neutraalseid ja laetud defekte
  - Ioniseeritud defektide puhul (Coulomb hajumine):

$$\mu_n \sim T^{3/2}$$

Laengukandjate liikuvus



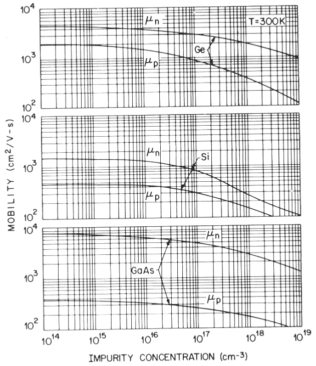
Temperatuurist peaks siis liikuvus käituma nii nagu juuresoleval joonisel.

Laengukandjate liikuvus

	Mobility at 300 K (cm²/V · s)	
Semiconductor	Electrons	Holes
C	800	1200
Ge	3900	1900
Si	1500	450
α-SiC	400	50
GaSb	5000	850
GaAs	8500	400
GaP	110	75
InAs	33000	460
InP	4600	150
CdTe	1050	100

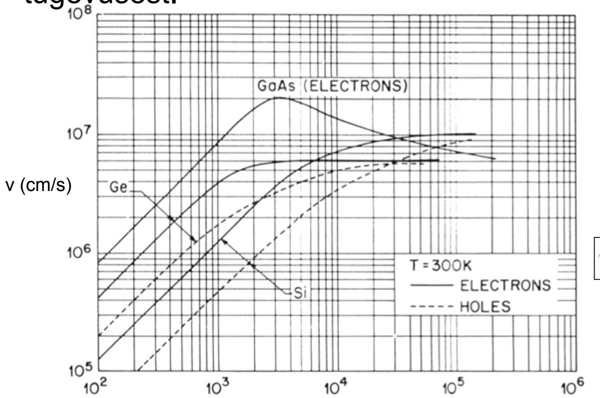
Mõningate legeerimata pooljuhtide liikuvused

Laengukandjate liikuvus



Legeerimisel hakkab liikuvus vähenema tänu hajumisele defektidel.

Laengukandjate triivkiiruse sõltuvus elektrivälja tugevusest.



Tugevate väljade puhul ei sõltu triivkiirus enam lineaarselt elektrivälja tugevusest.

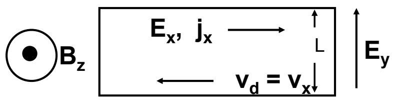
$$v_n = -\mu_n E$$

Hall'i efekt

- Saab määrata laengukandjate liikuvust! (Muidugi ka kontsentratsiooni ning laengukandjate tüüpi)
- Kuidas? Aseta pooljuht välisesse magnetvälja B, lase vool temast läbi piki ühte telge ning mõõda esilekutsutud Halli pinget V_H piki teist telge.

Täpsemalt käsitleme seda teemat seminaris!

Hall'i efekt



Elektrivälja E_x toimel tekib vool j_x .

Magnetväli B_z mõjutab laengukandjaid y-koordinaadi suunalise Lorentzi jõuga. Elektronid kogunevad ühele tahule ning augud teisele, tekib elektriväli tugevusega E_y . (vektorid!!)

$F = -e\,(E + v \times B)$. Tasakaalus $j_y = 0$ ja $F_y = -e\,(E_y - v_x B_z) = 0$

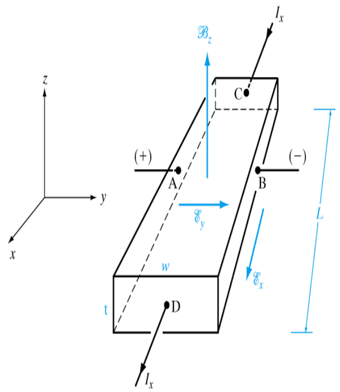
Siit järeldub, et $E_y = +v_x B_z$

Kuna $j_x = -nev_x$ siis $E_y = -j_x B_z/ne$

Hall'i eritakistus $\rho_H = E_y/j_x = -B/ne$

Hall'i koefitsient $R_H = E_y/j_x B_z = -1/ne$ Hall'i pinge $V_H = E_y * L$

Hall'i efekt



Tuntud geomeetriaga objekti takistusest R võib arvutada eritakistuse:

$$\rho(\Omega - cm) = \frac{Rwt}{L} = \frac{V_{CD}/I_x}{L/wt}$$

Laengukandjate (aukude) **liikuvuse** võib leida Halli koefitsiendi ning eritakistuse kaudu:

$$\mu_p = \frac{\sigma}{qp_0} = \frac{1/\rho}{q(1/qR_H)} = \frac{R_H}{\rho}$$

Difusioon

Juhul kui eksisteerib liikuvate osakeste kontsentratsiooni gradient hakkavad nad difundeeruma kõrgema kontsentratsiooniga piirkonnast madalama kontsentratsiooniga piirkonda tänu juhuslikule liikumisele.

Kuna elektonid (või augud) liiguvad termilise kiirusega v_{th} , siis nad tihti põrkuvad juhuslikult. Elektrivälja puudumisel on neil ühesugune tõenäosus liikuda suvalises suunas.

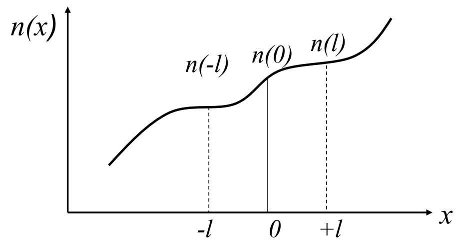
Keskmine teepikkus põrgete vahel- ***vaba tee pikkus*** l

Keskmine aeg põrgete vahel- τ_c

$$l = v_{th}\tau_c$$

Difusioon

Olgu meil n-tüüpi pooljuht, kus elektronide konsentratsioon muutub x koordinaadi suunas…



Elektronidel asukohas $x=-l$ on võrdne võimalus liikuda mõlemas suunas, seetõttu nn. vaba aja jooksul ületab pool nendest tasapinda punktis $x=0$

Difusioon

Elektronide voog, mis läbib seda tasapinda pinnaühiku kohta vasakult paremale on

$$\phi_n = \frac{\frac{1}{2} n(-l) l}{\tau_c} = \frac{1}{2} n(-l) v_{th}$$

Samamoodi on elektronide voog paremalt vasakule

$$\phi_n = \frac{\frac{1}{2} n(l) l}{\tau_c} = \frac{1}{2} n(l) v_{th}$$

Elektronide koguvoog vasakult paremale on siis

$$\phi_n = \frac{1}{2} v_{th} [n(-l) - n(l)]$$

Difusioon

Me võime esitada elektronide tiheduse punktides $x=-l$ ja $x=l$ kasutades Taylori reaarenduse 2 esimest liiget

$$\phi_n = \frac{1}{2} v_{th} \left[\left(n(0) - l \frac{dn}{dx} \right) - \left(n(0) + l \frac{dn}{dx} \right) \right]$$

Edasi saame lihtsalt

$$\phi_n = -v_{th} l \frac{dn}{dx}$$

Difusiooni koefitsient D_n [cm^2/s] sõltub hajumisprotsessidest ja temperatuurist.

$$\phi_n = -D_n \frac{dn}{dx}$$

Difusiooni vool

Seega ka elektrivälja puudumisel võib eksisteerida vool tänu elektronide ja aukude difusioonile

$$J_{(diff)} = J_{n(diff)} + J_{p(diff)}$$

Vool on lihtsalt osakeste voo ja osakeste laengu korrutis

$$J_{(diff)} = eD_n \frac{dn}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx}$$

Einsteini valem: triiv ja difusioon

(s.o. seos liikuvuse μ ja difusiooni koefitsiendi D vahel)

Kui pooljuhis on nii triiv kui ka difusioon, siis elektronide vool avaldub kujul

$$J_n(x) = \underbrace{e\mu_n n(x) E(x)}_{\text{triiv}} + \underbrace{eD_n \frac{dn(x)}{dx}}_{\text{difusioon}}$$

Difusiooni koefitsient– sõltub elektronide hajumisest

Ka liikuvus sõltub elektronide hajumisest! Seega need mõlemad PEAVAD kuidagimoodi omavahel seotud olema.

Einsteini valem

Teatavasti difusiooni koefitsient avaldub

$$D_n = v_{th} l \longrightarrow l = v_{th}\tau_c$$

$$D_n = v_{th}^2 \tau_c \longrightarrow \mu_n = \frac{e\tau_c}{m_n^*}$$

Triiv
(elektroni liikuvus)

Siis saame:

$$\boxed{D_n = v_{th}^2 \left(\frac{\mu_n m_n^*}{e} \right)}$$

Einsteini valem

Soojusliikumise kineetiline energia on teatavasti ½ kT vabadusastme kohta, siis meie ühemõõtmelisel juhul

$$\frac{1}{2} m_n^* v_{th}^2 = \frac{1}{2} kT \qquad v_{th}^2 = \frac{kT}{m_n^*}$$

$$\boxed{D_n = v_{th}^2 \left(\frac{\mu_n m_n^*}{e} \right) = \left(\frac{kT}{m_n^*} \right) \left(\frac{\mu_n m_n^*}{e} \right)}$$

$$\boxed{D_n = \left(\frac{kT}{e} \right) \mu_n}$$

samamoodi ka aukudele

$$\boxed{D_p = \left(\frac{kT}{e} \right) \mu_p}$$

Einsteini valem

Generatsioon & rekombinatsioon

Rääkides laengukandjate voost pooljuhis peaks arvesse võtma ka generatsiooni ja rekombinatsiooni protsesse.

Suur osa pooljuhtseadiseid opereerib laengukandjatega, mis on genereeritud kas valguse või siis välise elektrivälja poolt-mittetasakaalulised (termiliselt) laengukandjad

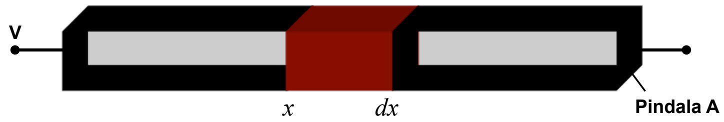
Rekombinatsiooniprotsessid jällegi nopivad üldisest voost laengukandjaid ära!

Voolu pidevusvõrrand

Üldjuhul on siis voolu tiheduse arvutamisel vaja arvestada nii triivi, difusiooni, generatsiooni kui ka rekombinatsiooni.

Vaja oleks seega nn. pidevusvõrrandit

Pidevusvõrrandi tuletamiseks vaatleme õhukest pooljuhi kihti ning kõiki protsesse, mis määravad elektronide arvu selles kihis, s.t. elektronide juurdevoo kohas x, nende väljavoo kohas $x+dx$ ning elektronide generatsiooni ning rekombinatsiooni selles kihis



Voolu pidevusvõrrand

Aine (ehk osakeste) jäävuse seaduse kohaselt

Osakeste voog = Osakeste voog elektrivoolust – Osakeste kadu rekombinatsioonist + Osakeste juurdevool generatsioonist.

Elektronide voog kihti kohas x on lihtsalt vool kohas x jagatud elektroni laenguga

$$\frac{J_n(x)A}{-e}$$

Samamoodi elektronide väljavool kihist kohas $x+dx$

$$\frac{J_n(x+dx)A}{-e}$$

Voolu pidevusvõrrand

Elektronide genereerimise ja rekombinatsiooni kiirused kihis: G_n ja R_n

Seega elektronide arvu ajaline muutus kihis:

$$\frac{\partial n}{\partial t}Adx = \left[\frac{J_n(x)A}{-e} - \frac{J_n(x+dx)A}{-e}\right] + (G_n - R_n)Adx$$

Kasutame jällegi Taylori ritta arendust:

$$J_n(x+dx) \cong J_n(x) + \frac{\partial J_n}{\partial x}dx$$

Voolu pidevusvõrrand

Seega elektronide pidevusvõrrandiks saame:

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial J_n}{\partial x} + (G_n - R_n)}$$

Samamoodi ka aukudele

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial J_p}{\partial x} + (G_p - R_p)}$$

Rekombinatsiooni kiirus

Elektronid juhtivustsoonis võivad rekombineeruda aukudega valentstsoonis ning selles protsessis genereerida footoni

Olgu meil p-tüüpi pooljuht, kus p >> n

Juurdegenereeritud (näiteks valguse neeldumisel) elektronid rekombineeruvad põhiliste laengukandjatega (aukudega) kiirusega

$$\boxed{R_n = \frac{\Delta n}{\tau_n}}$$

Rekombinatsiooni eluiga

Juurdegenereeritud elektronid

$$\tau_n = \frac{1}{\beta p_{po}}$$

$$\Delta n = n_p - n_{po}$$

elektronide tihedus

tasakaaluline elektronide tihedus

Voolu pidevusvõrrand

Jätkame nüüd pidevusvõrrandiga, kus rekombinatsiooni kiirust arvestades,

$$\boxed{\frac{\partial n_p}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial J_n}{\partial x} + G_n - \frac{n_p - n_{po}}{\tau_n}}$$

Samamoodi aukudele

$$\boxed{\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial J_p}{\partial x} + G_p - \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}}$$

Voolu pidevusvõrrand

Üldjuhul läheb pidevusvõrrand nüüd üsna keeruliseks, kui hakkame triivi ja difusioonivoolu sisse tooma....

…selle asemel vaatame erijuhtu, kus vool on põhjustatud vaid difusioonist ning generatsioon puudub.

Selline ongi olukord paljudel juhtudel, kui puudub optiline ergastus (p-n dioodid, transistorid). Siis vool on selline:

$$J_{n(diff)} = eD_n \frac{\partial n_p}{\partial x}$$

ja pidevusvõrrand: $$\boxed{\frac{\partial n_p}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{n_p - n_{po}}{\tau_n}}$$

Selle võrrandi juurde pöördume tagasi p-n siirete juures.

Difusioonitee pikkus

Ajas muutumatul juhul on pidevusvõrrandi ajaline tuletis 0, siis saame

$$D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} = \frac{n_p - n_{po}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} = \frac{n_p - n_{po}}{D_n \tau_n} = \frac{n_p - n_{po}}{L_n^2}$$

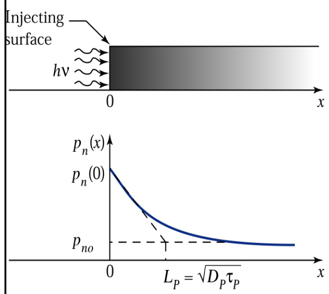
Nii oleme defineerinud tähtsa parameetri- ***difusioonitee pikkuse***:

$$\boxed{L_n = \sqrt{D_n \tau_n}} \qquad \boxed{L_p = \sqrt{D_p \tau_p}}$$

Difusioonitee pikkus

Olgu meil n-tüüpi pooljuht, mille ühest otsast pidevalt sisestatakse auke. Siis pidevusvõrrandist saame:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{no}}{\tau_p}$$



(a)

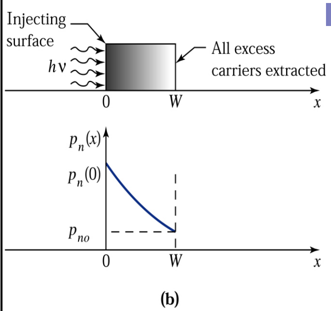
Ääretingimusteks on

$$p_n(x=0) = p_n(0) \qquad p_n(x \to \infty) = p_{no}$$

Siis on pidevusvõrrandi lahendiks $p_n(x)$

$$p_n(x) = p_{no} + [p_n(0) - p_{no}]e^{-x/L_p}$$

ehk mittepõhiliste laengukandjate konsentratsioon kahaneb kiirusega, mille suuruse määrab L_p



Difusioonitee pikkus

Kui kõik sisestatud augud väljuvad tasandis W (pooljuhi paksus), siis

ääretingimusteks on

$$p_n(x=0)=p_n(0) \quad p_n(W)=p_{no}$$

Ja pidevusvõrrandi lahend $p_n(x)$:

$$p_n(x)=p_{no}+\left[p_n(0)-p_{no}\right]\left[\frac{\sinh\left(W-x/L_p\right)}{\sinh\left(W/L_p\right)}\right]$$

s.t. väikeste paksuste W korral $p_n(x)$ kahaneb lineaarselt

Difusioonitee pikkus

$W >> L_p$

Paks diood- eksponentsiaalne kahanemine

$W << L_p$

Õhuke diood- peaaegu lineaarne kahanemine