

Maatriksid, vektorid ja lineaarsed süsteemid

Massiivid. Vektoreid ja maatrikseid nimetatakse Matlab-Octaves massiivideks (ingl. arrays).

Ühtlase sammuga vektori saab luua järgmise käsuga:

vektori tähis = esimene element : samm : viimane element

Näiteks sisestades käsurealt

```
x=4:2:16
```

ja vajutades enterit kuvatakse ekraanile

```
x =  
 4 6 8 10 12 14 16
```

See tähendab, et Matlab-Octave moodustas vektori x , mille esimeseks elemendiks on 4, viimaseks elemendiks 16 ja elemendid suurenevad ühtaselt sammuga 2. Kui samm on 1, siis võib selle käsus kirjutamata jätta. Näiteks käsud

```
b=2:1:7
```

ja

```
b=2:7
```

annavad ühe ja sama tulemuse

```
b =  
 2 3 4 5 6 7
```

Üldisem massiivi sisestamise võimalus on selline, et kõik elemendid pannakse ükshaaval kirja. Seejuures tuleb elemendid paigutada kandiliste sulgude vahele, kusjuures reaelementide eraldamiseks saab kasutada koma või tühikut ning ridade eraldamiseks saab kasutada semikoolonit või enterit. Näiteks maatriksi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -3 & 0 & 7 \\ 1 & 12 & 6 \end{pmatrix}$$

saab sisestada tippides käsureale järgmised sümbolid:

```
A=[1,5,2;-3,0,7;1,12,6]
```

Peale enterile vajutamist kuvatakse

```
A =  
 1 5 2  
-3 0 7  
 1 12 6
```

Sama massiivi saaks sisestada ka tühikuid ja entereid kasutades, so järgmiselt:

```
A=[1 5 2 enter -3 0 7 enter 1 12 6]
```

Seejuures võib reaelementide vahele panna kuitahes palju tühikuid.

Reavektori $u = (1, 7, -4, 8)$ saab sisestada käsuga

```
u=[1,7,-4,8]
```

või

```
u=[1 7 -4 8]
```

ja veeruvektori $v1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 52 \end{pmatrix}$ käsuga

```
v1=[0;7;52]
```

või

```
v1=[0 enter 7 enter 52]
```

Transponeerimise käsk on ülakoma ' ja determinandi ning pöördmaatriksi leidmise käsud on vastavalt det ja inv . Näiteks eespoolsisestatud vektori u transponeerimiseks tipime käsureale u' ja vajutame enter. Kuvatakse vastus

```
ans =  
1  
7  
-4  
8
```

Eespoolsisestatud maatriksi A determinandi arvutamiseks tipime käsureale det(A) ja vajutame enter. Matlab-Octave annab vastuse

```
ans=-31.000
```

Maatriksi A pöördmaatriksi arvutamiseks tipime käsureale inv(A), ja vajutame enter. Antakse vastus

```
ans =  
2.70968 0.19355 -1.12903  
-0.80645 -0.12903 0.41935  
1.16129 0.22581 -0.48387
```

HARJUTUSÜLESANNE 1. Sisestada massiivid

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ -3 & 0 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 9 \\ 8 & 3 & 2 & 10 \end{pmatrix},$$

$x = (4, 3, 8, 0, 7)$, transponeerida B ja x ning leida B determinant ja pöördmaatriksi. Vastav skript salvestada nime z10.m all.

[Skript](#)

Tehted massiividega. Massiividega saab teha järgmisi aritmeetilisi tehteid:

+	liitmine (sooritatakse komponentide kaupa)
-	lahutamine (sooritatakse komponentide kaupa)
*	maatrikskorrutamine
.*	korrutamine komponentide kaupa
/	maatriksjagamine vasakult paremale
./	jagamine vasakult paremale komponentide kaupa
\	maatriksjagamine paremalt vasakule
.\	jagamine paremalt vasakule komponentide kaupa
^	astendamine
.^	astendamine komponentide kaupa

Näiteks, kui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ja $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, siis

$$A*B = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 & 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 & 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \end{pmatrix}$$

ja

$$A.*B = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 & 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 7 & 4 \cdot 8 \end{pmatrix}.$$

Maatriksjagamine on sama mis maatrikskorrutamine jagaja pöördmaatriksiga. Nimelt

$$A/B = A * B^{-1} \quad \text{ja} \quad A \setminus B = A^{-1} * B.$$

Maatriksjagamist või pöördmaatriksiga korrutamist kasutades on võimalik lahendada lineaarseid võrrandisüsteeme. Olgu antud järgmine lineaarne süsteem:

$$Ax = y.$$

Korrutame selle süsteemi vasakut ja paremat poolt A pöördmaatriksiga. Saame

$$A^{-1} * Ax = A^{-1} * y.$$

Kuna $A^{-1} * A$ on ühikmaatriks, siis kehtib $A^{-1} * Ax = x$ ning saame võrduse

$$x = A^{-1} * y,$$

mis on samaväärne võrdusega

$$x = A \backslash y.$$

Seega tuleb linearsüsteemi $Ax = y$ lahendamiseks sooritada üks järgmisest kahest tehest: $x = A^{-1} * y$ või $x = A \backslash y$. Kumba neist kasutada, on maitse küsimus.

NÄITEÜLESANNE 12. Sisestada massiivid

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix},$$

leida $B1 = A^2$, $B2 = A * A$ ja lahendada süsteem $Ax = b$.

Lahendus. Sisestame skripti järgmise käskudejada:

```
A=[1,3,1;0,-1,1;1,0,5];
b=[1;3;2];
B1=A*A
B2=A.*A
x=inv(A)*b
```

kujuures viimase käsu $x=inv(A)*b$ asemel võib kirjutada $x=A \backslash b$. Salvestame skripti ja käivitame Matlab-Octavest. Kuvatakse vastus

B1 =

```
2  0  9
1  1  4
6  3 26
```

B2 =

```
1  9  1
0  1  1
1  0 25
```

x =

```
42
-11
-8
```

HARJUTUSÜLESANNE 2. Sisestada massiivid

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix},$$

leida $B = A'$, $C = A/B + B^{-1}$ ja lahendada süsteem $Az = y$. Vastav skript salvestada nime z11.m all.

[Skript](#)

HARJUTUSÜLESANNE 3. Lahendada järgmine lineaarne võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 3y_2 - 5y_1 + y_4 = 5, \\ -y_3 + y_1 - 4 = 0, \\ y_1 + y_2 = 7 \\ 5 - 3y_2 + y_3 = y_4. \end{cases}$$

Skript salvestada nime z12.m all.

[Lahendus](#)

HARJUTUSÜLESANNE 4. Leida [joonisel](#) kujutatud kraana detailide pinged T_1 , T_2 , T_3 ja T_4 algandmete $M = 1000\text{kg}$, $\theta_1 = 65^\circ$, $\theta_2 = 24^\circ$, $\theta_3 = 64^\circ$ ja $\theta_4 = 40^\circ$ korral. Skript salvestada nime z13.m all.

[Lahendus](#)

Sama asi vene keeles:

Найти напряжения T_1 , T_2 , T_3 и T_4 частей крана изображенного на [рисунке](#) если данные следующие: $M = 1000\text{kg}$, $\theta_1 = 65^\circ$, $\theta_2 = 24^\circ$, $\theta_3 = 64^\circ$ и $\theta_4 = 40^\circ$. Скрипт записать под именем z13.m

[Решение](#)

Mõnikord on arvutustes vaja kasutada mingit konkreetset massiivi elementi. Massiivi elemendile viitamisel tuleb indeks(id) panna massiivi tähise järgi sulgudesse komadega eraldatult. Näiteks kui Matlab-Octaves sisestada maatriks

```
B=[1 2 5
    4 3 7
    1 0 8]
```

ja tippides

```
B(2,3)
```

ning vajutades enter väljastatakse maatriksi B 2. rea ja 3. veeru element, st

```
ans =
     7
```

Sisestades vektori

```
c=[1,5,-6,2,3,9,10,4]
```

ja käsu

```
v=c(4)
```

saame vastuseks vektori c neljanda elemendi, st

```
v =
     2
```

Olgu vaja arvutada nende massiivide põhjal järgmine suurus: $z = B_{13} - 4c_6 + B_{33}B_{22}$. Seda saab teha järgmise käsuga:

```
z=B(1,3)-4*c(6)+B(3,3)*B(2,2)
```

Vastus on järgmine:

```
z =
    -7
```