

Matemaatika doktorantidele II

Kodused ülesanded

Esimene ülesanne

1. Interpoleerida kuupsplainiga funktsiooni $\sin x$ lõigul $[-\pi, \pi]$ sõlmedega $-\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi$. Kujutada interpoleeritav funktsioon ja interpolant graafiliselt samas teljestikus.
2. Interpoleerida kuupsplainiga funktsiooni $\cos x$ lõigul $[-\pi, \pi]$ sõlmedega $-\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi$. Kujutada interpoleeritav funktsioon ja interpolant graafiliselt samas teljestikus.
3. Interpoleerida kuupsplainiga funktsiooni $3e^{-\frac{x^2}{4}}$ lõigul $[-2, 2]$ sõlmedega $-2, -1, 0, 1, 2$. Kujutada interpoleeritav funktsioon ja interpolant graafiliselt samas teljestikus.
4. Interpoleerida kuupsplainiga funktsiooni $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ lõigul $[-1, 1]$ sõlmedega $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1$. Kujutada interpoleeritav funktsioon ja interpolant graafiliselt samas teljestikus.

Teine ülesanne

1. Lahendada Cauchy ülesanne

$$u' = \frac{3u + 6t^2 - 4t - 10}{t + 1}, \quad u(0) = 3$$

kasutades 2. järku Runge-Kutta meetodeid (12.11) ja (12.16) ning 2. järku Adams-Bashforthi meetodit (12.34) sammuga $h = 0.01$. Võrrelda nende kolme meetodi täpsust punktides $t = 2, 4, 8$. Täpne lahend on $u(t) = t^3 - 3t^2 - t + 3$.

2. Lahendada Cauchy ülesanne

$$u' = \frac{u}{t} + \frac{1}{2u}, \quad u(1) = 1$$

kasutades 2. järku Runge-Kutta meetodeid (12.11) ja (12.16) ning 2. järku Adams-Bashforthi meetodit (12.34) sammuga $h = 0.01$. Võrrelda nende kolme meetodi täpsust punktides $t = 3, 5, 9$. Täpne lahend on $u(t) = \sqrt{2t^2 - t}$.

3. Lahendada Cauchy ülesanne

$$u' = u^2 e^t - 2u, \quad u(0) = \frac{1}{2}$$

kasutades 2. järku Runge-Kutta meetodeid (12.11) ja (12.16) ning 2. järku Adams-Bashforthi meetodit (12.34) sammuga $h = 0.01$. Võrrelda nende kolme meetodi täpsust punktides $t = 2, 4, 8$. Täpne lahend on $u(t) = \frac{1}{e^t + e^{2t}}$.

4. Lahendada Cauchy ülesanne

$$u' = \frac{u^2}{2} + \frac{1}{2t^2}, \quad u(1) = -\frac{1}{3}$$

kasutades 2. järku Runge-Kutta meetodeid (12.11) ja (12.16) ning 2. järku Adams-Bashforthi meetodit (12.34) sammuga $h = 0.01$. Võrrelda nende kolme meetodi täpsust punktides $t = 3, 5, 9$. Täpne lahend on $u(t) = -\frac{1}{t} + \frac{2}{t(3-\ln t)}$.