

# MATEMAATIKA TÄIENDUSÕPE YMA0090

**Kairi Kasemets**

kairi.kasemets@ttu.ee  
staff.ttu.ee/~kairik

1. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{x^2 - 100}$$

2. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 3x}{-5x}$$

3. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2}{1 + 3x^2 + 3x^3}$$

4. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x - 1}$$

5. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x + 8}$$

6. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

7. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 25} - \sqrt{x^2 - 25} \right)$$

8. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right)^{-1-x}$$

9. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{x} \right)^{-3}$$

10. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$$

11. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{24x^3 + 3x^2}{-6x^3 + x^2}$$

12. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{x^3 + 3x^2 - 10x}$$

13. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^{x-1}$$

14. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 2x}{x}$$

15. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+1} + 1}{x+2}$$

---

Kui leidub piirväärtus

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

( $\Delta x = x - x_0$ ), siis nimetatakse seda funktsiooni funktsiooni  $y = f(x)$  **tuletiseks** kohal  $x_0$  ning tähistatakse  $f'(x_0)$ .

Kui funktsioonil  $f$  eksisteerib tuletis hulga  $X$  igas punktis (funktsioon on diferentseeruv hulgal  $X$ ), siis  $f'$  nimetatakse funktsiooni  $f$  tuletisfunktsiooniks ehk lihtsalt tuletiseks.

### Tuletiste tabel

$c' = 0$	$x' = 1$
$(x^a)' = ax^{a-1}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(e^x)' = e^x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

### Diferentseerimise reeglid

Olgu  $u = u(x)$  ja  $v = v(x)$  diferentseeruvad funktsioonid, siis kehtivad valemid:

$$(c \cdot u)' = c \cdot u', \quad c = \text{const}$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

**16.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = 3x^2 - x + \frac{3}{x} - \sqrt{x}$$

**17.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = (\sqrt{x} - 12)(\sqrt{x} + 12)$$

**18.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = (2x - x^3)(x^2 - 3)$$

**19.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

**20.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = x^2 \sin x - x \cos x$$

**21.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{x^2 - x}{\ln x}$$

**22.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{\tan x}$$

**23.** Leida  $y^{(4)}$ , kui

$$y = \ln x + 2x^3$$

**24.** Arvutada funktsiooni

$$f(x) = 2 \tan x \sin x$$

tuletise väärtus argumendi väärtusel  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

**25.** Arvutada funktsiooni

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x^2 - 6x + 3}$$

tuletise väärtus argumendi väärtusel  $x_0 = 2$ .

---

**Liitfunktsiooni**  $\begin{cases} y = f(u) \\ u = g(x) \end{cases}$  ehk  
 $y = f(g(x))$  **tuletis**

$$\begin{aligned} (u^a)' &= au^{a-1} \cdot u' & (\sqrt{u})' &= \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u' \\ \left(\frac{1}{u}\right)' &= -\frac{1}{u^2} \cdot u' & (a^u)' &= a^u \ln a \cdot u' \\ (e^u)' &= e^u \cdot u' & (\log_a u)' &= \frac{1}{u \ln a} \cdot u' \\ (\ln u)' &= \frac{1}{u} \cdot u' & (\sin u)' &= \cos u \cdot u' \\ (\cos u)' &= -\sin u \cdot u' & (\tan u)' &= \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u' \\ (\cot u)' &= -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u' \\ (\arcsin u)' &= \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \\ (\arccos u)' &= -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \\ (\arctan u)' &= \frac{1}{1+u^2} \cdot u' \end{aligned}$$

---

**26.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \cos(2x^2 - x)$$

**27.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \sqrt{\frac{4x-2}{6x+4}}$$

**28.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \arccos \frac{1}{x^3 + 2}$$

**29.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

**30.** Leida funktsiooni tuletis

$$y = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$$

**31.** Leida  $y''$ , kui

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

**32.** Leida  $y''$ , kui

$$y = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$$

**33.** Leida  $y'$

$$y = \arctan \left( \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \right)$$