

MATEMAATIKA TÄIENDUSÕPE YMA0090

Kairi Kasemets

kairi.kasemets@ttu.ee
staff.ttu.ee/~kairik

1. Leida y' , kui

$$y = 4x^2 \sin(x^2 - 2x)$$

2. Leida y'' , kui

$$y = \ln(x^3 + 3 \sin x)$$

3. Teha kindlaks, kas funktsiooni $y = \sin^2 x$ antud argumendi väärtus $x_0 = 120^\circ$ kuulub funktsiooni kasvamise või kahanemise piirkonda.

4. Tõestage, et funktsioon $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ kasvab igas vahemikus, mis ei sisalda punkti $x = 0$.

5. Leida funktsiooni $f(x) = \frac{x^2 - 7}{x^2 + 7}$ suurim ja vähim väärtus antud lõigul $[-1; 3]$.

6. Leidke funktsiooni $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ ekstreemumpunktid.

7. Leida funktsiooni $f(x) = (3 - x)\sqrt{x}$ suurim ja vähim väärtus antud lõigul $[0; 4]$.

8. Leida funktsiooni $y = x - \ln \cos x$ suurim ja vähim väärtus antud lõigul $[-1, 5; 1, 5]$.

9. Uurida funktsiooni $y = x^3 - 3x$ ning skitseerida ta graafik.

10. Uurida funktsiooni $y = xe^{-x}$ ning skitseerida ta graafik.

11. Uurida funktsiooni $y = x - \ln(x^2 + 1)$ ning skitseerida ta graafik.

12. Plekitahvlist tuleb välja lõigata täisnurkne kolmnurk, mille pindala ruut on maksimaalne. Leidke selle kolmnurga kaatetite pikkused, kui hüpotenuusi pikkus on 20 cm.

13. Ehitatakse torni, mille alumine osa on silindri-, ülemine osa aga koonusekujuline. Koonusekujulise osa telglõikeks on võrdkülgne kolmnurk. Milline peab olema silindrilise osa põhja raadius, et torni ruumala oleks maksimaalne, kui torni telglõike ümbermõõt on 90 m?

L'Hospitali reegel

Määramatuste $\frac{0}{0}$ ja $\frac{\infty}{\infty}$ korral taandatakse jagatise piirväärtuse leidmine lugeja ja nimetaja tuletiste jagatise piirväärtuse leidmisele, st kui

$$\lim f(x) = \lim g(x) = 0$$

või

$$\lim f(x) = \lim g(x) = \infty$$

ning eksisteerib piirväärtus

$$A = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)},$$

siis

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = A.$$

14. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\ln x}$$

15. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x^3}$$

16. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$$

17. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctan x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

Vektoriks nimetatakse suunatud lõiku. Vektori pikkuseks nimetatakse selle lõigu pikkust.

Vektoreid, mis asuvad kas ühel ja samal sirgel või siis paralleelsetel sirgetel, nimetatakse kollineaarseteks vektoriteks (tähistatakse $\vec{a} \parallel \vec{b}$).

Vektorite \vec{a} ja \vec{b} **skalaarkorrutis**:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi,$$

kus φ on nurk nende vektorite vahel.

Vektorite $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ja $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ skalaarkorrutis koordinaatides

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2.$$

18. Punktide $A(2; -3; 4)$, $B(7; 2; -1)$ ja $C(-3; 5; 6)$ abil arvutada koordinaadid vektoritel $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$ ja $\overrightarrow{CA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$.

19. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $\vec{a} = (2; -3; -5)$ ja $\vec{b} = (-1; 4; -2)$.

20. Kolmnurga tipud on $A(0; 2)$, $B(4; 4)$ ja $C(4; -1)$. Joonestage see kolmnurk koordinaattasandile ja arvutage kolmnurga pindala. Koostage sirge AB võrrand. Kui suur tõus on sirgel, millel paikneb tipust C joonestatud kolmnurga kõrgus?

21. Arvutada kolmnurga tipud ja übermõõt, kui küljed on antud võrranditega $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$ ja $3x + y + 5 = 0$.